SEMESTRAL

UNI

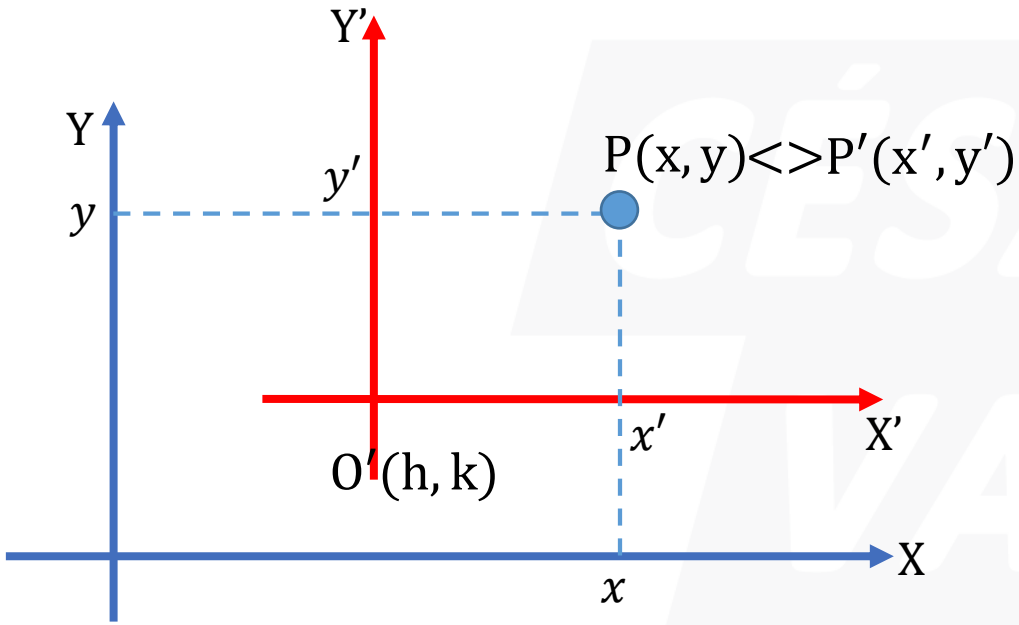
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TRIGONOMETRÍA

Tema: Transformación de coordenadas

TRASLACIÓN DE EJES COORDENADOS

Si trasladamos el origen $O(0,0)$ hacia el nuevo origen $O'(h,k)$



Entonces las ecuaciones de traslación son

$$\mathbf{x = x' + h}$$
$$\mathbf{y = y' + k}$$

Ejemplo

Determine la nueva ecuación de la parábola $x^2 - 2x - 4y = 3$ Luego que el sistema se traslade al vértice de la parábola

Resolución

Reducimos la ecuación de la parábola

$$x^2 - 2x + 1 = 4y + 3 + 1$$
$$\boldsymbol{(x-1)^2 = 4(y+1)} \ldots (*)$$

Si trasladamos el nuevo origen al vértice entonces

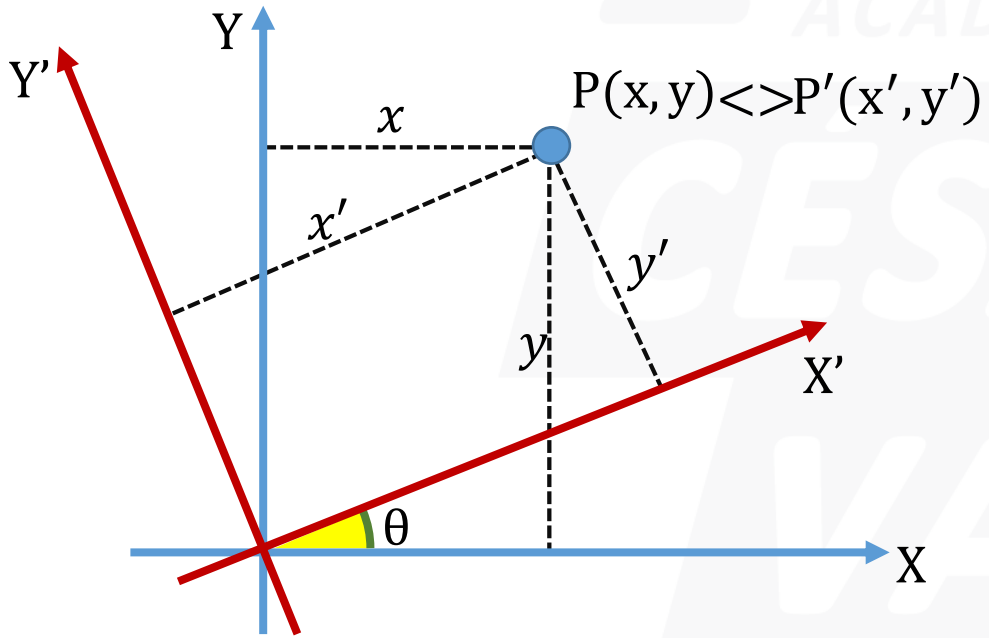
$$(h, k) = (1, -1)$$
$$\Rightarrow x = x' + 1$$
$$\Rightarrow y = y' - 1$$

Reemplazando en la ecuación (*)

$$\boldsymbol{(x')^2 = 4(y')}$$

ROTACIÓN DE EJES COORDENADOS

Si los ejes coordenados giran un ángulo de θ alrededor del origen O



Entonces las ecuaciones de rotación son

$$x = x'cos\theta - y'sen\theta$$
$$y = x'sen\theta + y'cos\theta$$

$$x' = xcos\theta + ysen\theta$$
$$y' = -xsen\theta + ycos\theta$$

Problema UNI 2018-2

Dado el punto $P = (-2, \sqrt{3})$, determine las nuevas coordenadas del punto luego de que los ejes coordenados giran un ángulo de 30° en sentido antihorario.

A) $\left(-\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ B) $\left(-2\sqrt{3}, \frac{5}{2}\right)$ C) $\left(-\sqrt{3}, \frac{7}{2}\right)$

D) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ E) $\left(-\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$

$$\mathbf{x' = xcos\theta + ysen\theta}$$
$$\mathbf{y' = -xsen\theta + ycos\theta}$$

Resolución

Nos piden las nuevas coordenadas: $P'(x', y')$

Con los datos y las ecuaciones de rotación

$$\mathbf{x' = (-2)cos30^o + \sqrt{3}sen30^o}$$

$$\mathbf{y' = -(-2)sen30^o + \sqrt{3}cos30^{o\prime}}$$

Entonces

$$x' = -\frac{\sqrt{3}}{2} \; ; y' = \frac{5}{2}$$

$$\mathbf{P' = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right)}$$

ELIMINACIÓN DEL TERMINO XY

Teorema:

La ecuación general de segundo grado

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

En donde $B\neq 0$ puede transformarse siempre en otra de la forma

$$A'x'^2+C'y'^2+D'x'+E'y'+F'=0$$

Haciendo girar los ejes coordenados un ángulo α tal que

$$cot(2\alpha)=\frac{A-C}{B}$$

Problema

Mediante una rotación de ejes, elimine el termino "xy" e indique que tipo de cónica es

$$x^2+4xy+y^2=6$$

Resolución

1) Ángulo de rotación θ

$$cot2\theta=\frac{1-1}{4}=0$$

$$\rightarrow \theta=45^0$$

2) Aplicando las formulas de Rotación

$$x=x'cos\theta-y'sen\theta$$

$$y=x'sen\theta+y'cos\theta$$

$$x=\frac{x'-y'}{\sqrt{2}}$$

$$y=\frac{x'+y'}{\sqrt{2}}$$

3) Ahora reemplazando en la ecuación de 2do grado

$$x^2+4xy+y^2=6$$

$$(\frac{x'-y'}{\sqrt{2}})^2+4(\frac{x'-y'}{\sqrt{2}})(\frac{x'+y'}{\sqrt{2}})+(\frac{x'+y'}{\sqrt{2}})^2=6$$

Entonces

$$\therefore 3(x')^2-(y')^2=6$$

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe